学 位 論 文 の 要 旨

施設配置問題を解く効率的なアルゴリズムに関する研究
（Efficient Algorithms for Facility Location Problems）

氏 名 赤木 俊裕 印

施設配置問題とは，一般に，指定したコストが最小となるような施設の配置を求める問題である．多くの自然な問題があり，様々な先行研究がある．また，データのクラスタリングや情報の匿名化などにも関連する．

代表的な施設配置問題に k-median 問題と k-center 問題がある．利用者の集合と施設配置候補地の集合とそれらの間の距離が与えられたとき，k-median 問題は，各利用者と最寄りの施設の間の距離の総和が最小となるように k 個の施設を配置する問題であり，k-center 問題は，各利用者と最寄りの施設の間の距離の最大値が最小となるように k 個の施設を配置する問題である．しかし，k-median 問題や k-center 問題の解においては，利用者が極端に少ない施設があるかもしれない．

これに対して，本研究では，各施設を必ず指定した人数（ r とする）以上が利用するような施設の配置と，利用者の施設への割り当てについて考える．このような制約を持つ問題を r-gathering 問題と呼ぶ．本研究は，この問題および関連する問題を効率的に解くアルゴリズムを設計する．

また，一般に施設配置問題では指定したコストが最小となるような施設の配置を求める．これに対し，指定したコストが最大になるような施設の配置を求める問題を特に，dispersion 問題という．なるべく離れ離れに分散して何かを配置することが望ましいときに，そのような配置を求める問題である．大量のデータから多様性のあるような少数のデータを選ぶ問題などにも関連する．

施設配置問題に関連する問題の多くは NP 困難と呼ばれる計算量のクラスに属し，問題を解く多項式時間のアルゴリズムの設計は非常に困難であると予想される．そこで，入力に制約を加えた問題に対する多項式時間アルゴリズムや，最適解ではないが最適解に近い近似解を求める多項式時間アルゴリズムを設計することを目標とする．

本研究の主な成果について説明する．まず，r-gathering 問題を次のように定義する．利用者の集合と施設配置候補地の集合とそれらの間の距離が与えられたとき，どの施設も利用する人が r 人以上であるようにいくつかの施設を開設し，各利用者をいずれかの施設に割り当てたい．このとき，利用者と割り当てた施設の間の距離の最大値をコストと呼び，この

コストを最小化したい．この問題については以下の成果が得られた．まず，利用者や施設配置候補地がすべて直線上にあるとき，r-gathering 問題を解く $O(n \log n)$ 時間のアルゴリズムを設計した．さらに，利用者の集合から指定した個数の外れ値を除外できるとき，最適解を求めるアルゴリズムを設計した．また，距離が三角不等式を満たすとき，最適なコストの高々3 倍以下のコストの解を求める $O(nm)$ 時間の近似アルゴリズムを設計した．ここで，n は利用者の人数であり，m は施設配置候補地の個数である．

次に，dispersion 問題を次のように定義する．n 個の施設配置候補地から施設を k 個選び開設したい．このとき，選んだ 2 つの施設の間の距離の最小値をコストと呼び，このコストを最大化したい．この問題について以下の成果が得られた．施設配置候補地がすべて直線上や円周上にあるとき，dispersion 問題を解く $O(n)$ 時間のアルゴリズムを提案した．

学　位　論　文　の　要　旨

施設配置問題を解く効率的なアルゴリズムに関する研究
（Efficient Algorithms for Facility Location Problems）

氏　名　　赤木 俊裕　　印

The facility location problem and many of its variants are studied. In the basic facility location problem we are given (1) a set C of customers, (2) a set F of facilities, (3) an opening cost op(f) for each f ∈ F, (4) a connecting cost co(c,f) for each pair of c ∈ C and f ∈ F, then we open subset F' ⊂ F of facilities and find an assignment A from C to F' so that a designed cost is minimized.

In this thesis we study a recently proposed variant of the problem, called the r-gathering problem. An r-gathering problem computes an open subset F'⊂F of facilities and an assignment A from C to F' such that at least r customers are assigned to each open facility with minimizing maximum value of opening costs of F' and connecting costs of A. We design algorithms to solve the r-gathering problem and its variants.

Then, we study the dispersion problem and its variants. The dispersion problem is another variant of the facility location problem. Given (1) a set P of points, (2) an integer k, (3) a distance for each pair of points, then we compute a subset S of P with |S|=k which maximize the minimum distance between a pair of points in S. We design algorithms to solve the dispersion problem and its variants.

It is known that the facility location problem and many of its variants are NP-hard. Our goal is to design efficient algorithms to solve the problems under some restriction and efficient approximation algorithms to solve the problems.

The outline of the thesis is as follows. Let n be the number of customers and m be the number of facilities.

When all customers and facilities are located on a line, then we design an algorithm to solve the r-gathering problem in O(n log n) time.

Next, we design a faster O(mn) time 3-approximation algorithm for the r-gathering problem, while known 3-approximation algorithm runs O(mn + rn + n log n) time.

Then, we design an algorithm to solve the dispersion problem when all points are located on a line or on a circle. The running time is O(n).